

# Didaktický seminář

Univerzita Palackého v Olomouci, Pedagogická fakulta

## Aktivity k rozvoji kombinačního myšlení žáků primární školy

Jana Příhonská, KMD TU v Liberci

Cílem současného vyučování matematiky není pouhé osvojování si vědomostí. Výuka by měla směřovat k rozvíjení schopnosti hledat a používat jednotlivé organizační principy, zvyšovat badatelské napětí, různorodost používaných přístupů a způsobů řešení. Pozornost by měla být věnována především vytváření pozitivního vztahu k poznávání prostřednictvím rozvíjení myšlení a rozvíjení zkušenosti s řešením reálných problémů. Kombinatorické úlohy mohou být vhodným podnětem pro radost z poznávání bez zvláštních požadavků na předcházející vědomosti. Logické myšlení nejlépe rozvíjíme řešením nestandardních aplikačních úloh a problémů, které jsou důležitou součástí matematického vzdělávání. V našem pojetí budeme nestandardní aplikační úlohou rozumět úlohu, kdy budeme využívat jako didaktické pomůcky více či méně známé společenské hry (Rummikub, Domino, Člověče nezlob se, Kostky, Logic, Scrable...). Nechceme navrhovat pouze samostatné problémy, ale soustředíme se na komplexní aktivity, kdy žáky motivujeme různými manipulativními činnostmi prostřednictvím jemu známé či neznámé hry.

### Hra DOMINO

Hra DOMINO se nejčastěji skládá z obdélníkových kostiček (destiček) zvaných kameny (Obr. 1). Kameny jsou rozděleny na poloviny a označeny v každé polovině určitým počtem bodů (číslem), podobně jako na hrací kostce. Každá dvojice čísel se vyskytuje právě jednou. Klasické domino obsahuje čísla od 0 do 6, takže celkový počet kamenů je  $28 \left( \binom{7}{2} + 7 \right)$  tzv. dublů, resp. ze sedmi čísel 0 až 6 tvoříme neuspořádané dvojice s možností opakování ( $K'(2,7) = \binom{8}{2}$ ). Existují ale též varianty s čísly 0 až 9 (těch je 55), 0 až 12 (těch je 91) a 0 až 15 (těch je 136). Skupina bodů na každém kameni je jednou z možných kombinací.



Obrázek 1

Pravidla hry viz [www: http://wasicek.webnode.cz/ctyrka/](http://wasicek.webnode.cz/ctyrka/)

Každý kámen v dominu je charakterizován dvěma čísly (počtem ok v jednotlivých čtvercích). Součet všech ok na kameni udává počet jeho „ok“, neboli hodnotu. Všechna osmadvacet dominových kamenů lze rozložit do skupin dle schématu na Obr. 2:

0-6	1-6	2-6	3-6	4-6	5-6	6-6
0-5	1-5	2-5	3-5	4-5	5-5	
0-4	1-4	2-4	3-4	4-4		
0-3	1-3	2-3	3-3			
0-2	1-2	2-2				
0-1	1-1					
0-0						

*Obrázek 2*

Z dominových kamenů je možné skládat „okénka“ tak, že součet bodů na všech stranách každého „okénka“ je stejný. Je možné vytvářet magické čtverce, je možné vytvářet příklady na násobení či využít dominových kostek jako zlomků. V následující části ilustrujeme některé z možných využití.

**P1** Dle pravidel domina s využitím co největšího počtu kostek z deseti (Obrázek 3) vytvořte co nejdější hada. Zda je využijete všechny či nikoliv, záleží na vás. Vyhrává ten, který vytvoří řadu s největším počtem puntíků.



*Obrázek 3*

**Řešení:** jedna z možností je (2,0), (0,0), (0,3), (3,3), (3,2), (2,2), (2,1), (1,1), (1,3) a zbyde kostka (1,0).

**P2** Z kostek na obrázku 3 sestavte čtvercový rám tak, aby na každé straně čtverce byl součet bodů osm. Nalezněte co nejvíce variant. Není nutno dodržovat pravidla pro skládání domina.

Možná řešení:

0	1	1	1	3	2
3					0
1					0
2					3
2					3
0	2	2	1	3	0

0	0	2	3	1	2
2					1
0					1
3					2
3					2
0	3	3	1	1	0

Obrázek 4

P3 Vezměte všech 28 dominových kamenů a sestavte sedm různých dominových okének, kdy součet na každé ze stran daného okénka bude stejný. (Korděmskij, 1957)

Možné řešení



Obrázek 5

### Magické čtverce z dominových kamenů

Z dominových kamenů lze sestavovat i magické čtverce. Např. ze sedmi dominových kamenů, které mají jednu nebo obě poloviny prázdné, a ze dvou dalších přidaných kamenů 1-6 a 2-6 lze sestavit magický čtverec se součtem 12.

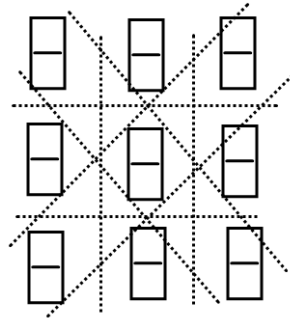
Možné řešení:

1-6	0-0	0-5
0-2	0-4	0-6
0-3	2-6	0-1

7	0	5
2	4	6
3	8	1

Obrázek 6

**Poznámka:** V magických čtvercích z dominových kamenů se za řadu, sloupec a úhlopříčku považuje pruh, v němž leží příslušné kameny. Obr. 7



Obrázek 7

### Zlomky z DOMINA

Pokud vyjmemme kameny, jejichž obě poloviny obsahují stejný počet bodů (dubly) a kameny, které mají aspoň jednu polovinu prázdnou, můžeme zbylé kameny (celkem 15) využít jako zlomky. Kameny můžeme rozložit do tříd tak, aby součet zlomků v každé třídě byl  $2\frac{1}{2}$ .

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{4} + \frac{3}{6} + \frac{1}{2} + \frac{2}{4} = 2\frac{1}{2}; \quad \frac{5}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{3} + \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = 2\frac{1}{2}; \quad \frac{4}{6} + \frac{1}{6} + \frac{2}{3} + \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = 2\frac{1}{2}$$

Můžeme použít některé kameny jako nepravé zlomky a rozdělit 15 kamenů do tří tříd (řad) se součtem 10.

$$\frac{1}{3} + \frac{6}{1} + \frac{3}{4} + \frac{5}{3} + \frac{5}{4} = 10; \quad \frac{2}{1} + \frac{5}{1} + \frac{2}{6} + \frac{6}{3} + \frac{4}{6} = 10; \quad \frac{4}{1} + \frac{2}{3} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \frac{5}{6} = 10$$

## Hra myRummy nebo Rummikub (stejný princip hry)

### Popis hry

Tato hra (Obr. 8) se v mnohém podobá známé kartové hře Žolíci. Přesto nabízí mnohem větší množství kombinací. Hra obsahuje 108 karet ve čtyřech barvách (modrá, zelená, červená, žlutá), každá barva obsahuje 2 krát 13 karet s hodnotami 1 – 13, dále 4 žolíky a čtyři stojany na karty.



Obrázek 8

Každý hráč na začátku hry obdrží stojan (je součástí hry), do něhož si umístí 14 vylosovaných karet tak, aby je protihráči neviděli. Zbytek karet se skrytě odloží na hromádku. Vylosuje se, který hráč začíná, a hraje se po směru hodinových ručiček.

Kdo je na řadě, musí buď vyložit – pokud může nebo chce – nebo si přibere do svého banku kartičku z hromádky. Při prvním vyložení musí být po sečtení všech hodnot karet dosaženo minimálně hodnoty 30 bodů. Pokud hráč nemá na první vyložení dostatečný počet bodů, musí si přibírat karty do svého banku z hromádky, až nasbírá dostatečný počet bodů. Hráč může karty vykládat buď jako postupku minimálně tří karet stejné barvy, nebo jako trojici či čtveřici karet stejné hodnoty, ale různé barvy. V každém výkladu se může použít i Joker – Žolík, který nahradí libovolnou kartu. Každý hráč musí své kolo odehrát za dvě minuty – pokud se tak nestane, musí si vzít zpět své karty, se kterými dané kolo pracoval. Každý hráč, který již vyložil na třicet bodů, smí přikládat, různě přeskupovat a kombinovat karty na stole již vyložené, avšak tyto použité karty musí být ve stejné hře opět vyloženy.

Při hře myRummy záleží na tom, aby se hráč zbavil obdržených karet šikovným sestavováním postupek a sad nebo dokládáním ke stávajícím postupkám či kombinacím. V okamžiku, kdy se hráč zbaví všech karet, hra končí.

Dále navrhujeme aktivity, které lze pomocí hry realizovat. Navržené aktivity využívají hracích karet (kamenů) a směřují k systematickému hledání všech možností, uvědomění si, že i nevelké množství prvků nabízí mnoho možností řešení, využívají manipulativní činnosti žáka,

procvičují paměť a vedou k procvičení početních dovedností. Při jednotlivých aktivitách nepracujeme se Žolíky.

### Aktivity

- Sestav příklad
  - ✓ se všemi kameny (kartami)
  - ✓ s vybranými kameny (kartami)
- Vytvoř/Doplň příklad
- Najdi číslo
- Bankéř
- Stejná barva

Aktivita: **Sestav příklad**

*Varianta 1* Sestavit co nejvíce příkladů včetně výsledků z kamenů 1 až 9 a kamenů 11, 11, 12, 12, 13, 13 (Obr. 9). Kameny se v rámci jednoho příkladu nemohou opakovat, v rámci více příkladů ano. Žáci druhého ročníku tvoří příklady na sčítání a odčítání, žáci třetího ročníku přidávají příklady na násobení a dělení.



Obrázek 9

*Metodické poznámky s řešením:*

Některá možná řešení jsou

$11 + 12 = 23$ ,  $12 \cdot 6 = 72$ ,  $123 + 34 = 157$ ,  $111 + 125 = 236$ ,  $13 + 13 = 26$ .

Zde je nutno poznamenat, že kartu s dvojcíslím např. 11 lze použít k vytvoření trojčiferného čísla 111, což nabízí mnohem více variant pro nalezení příkladů, viz (Obr. 10). Žáci si uvědomují pojem číslo, číslice, dvojcíslí, využívají manipulativní činnosti k přesouvání jednotlivých karet.



Obrázek 10

*Varianta 2* Sestavit co nejvíce příkladů užitím karet 1 až 9. Kameny se v rámci jednoho příkladu nemohou opakovat, v rámci více příkladů ano. Žáci druhého ročníku tvoří příklady na sčítání a odčítání, žáci třetího ročníku přidají příklady na násobení a dělení.

Aktivita: **Vytvoř/Doplň příklad**

*Varianta 1*

Žáci mají za úkol sestavit co nejvíce správných příkladů, ve kterých použijí dané číslice a dané znaky. K dispozici mají karty s číslicemi 1, 2, 4, 9 (určí učitel) a znaky pro rovnost, sčítání, odčítání, násobení a dělení (=, +, -, ·, :). Tyto karty je nutno dodělat samostatně. Stejně tak je nutno doplnit kartičku s označením „zb“.

*Varianta 2*

$$\begin{array}{r} 4 \quad * \quad 7 \\ 1 \quad 6 \quad 3 \\ * \quad 2 \quad 2 \\ \hline * \quad 2 \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

Aktivita: **Najdi číslo**

Žáci při výkladu postupky tří karet vytvoří z daných karet všechny varianty trojčiferných čísel.

## **Závěr**

Metody, které kombinatorika využívá při řešení problémů, se mnohdy značně liší od těch klasických a právě proto se může stát kombinatorika atraktivní součástí matematiky. A to nejen z pohledu žáků, které tradiční úlohy mohou již nudit, ale též z pohledu úspěšných řešitelů různých matematických soutěží či z pohledu žáků méně úspěšných při řešení standardních matematických problémů. Právě jednoduché kombinatorické problémy mohou tyto žáky zaujmout, umožnit jim získat nový pohled na matematiku a být úspěšní. Široká škála kombinatorických úloh přináší do hodin matematiky často nestandardní, nové situace, se kterými se žák může setkávat v běžném životě a jejichž řešení vyžaduje netradiční a v mnoha směrech tvořivý přístup.